

Jeżeli  $P$  wyrazimy w kW,  $E$  w mV/m,  $\lambda$ ,  $H_1$  i  $H_2$  w m, a  $r$  w km, to wzór (12-31) przyjmie postać dogodniejszą do obliczeń praktycznych

$$E = \frac{3,94 \sqrt{PG}}{r^2 \lambda} H_1 H_2 \quad (12-32)$$

przy czym  $G$  jest zyskiem energetycznym anteny nadawczej w stosunku do dipola półfalowego. Wzór (12-32) nosi nazwę wzoru *Wwiedenskiego*.

## 12.5. ROZCHODZENIE SIĘ FALI POWIERZCHNIOWEJ NAD PŁASKĄ POWIERZCHNIĄ ZIEMI

Fala powierzchniowa jest składową fali przyziemnej, rozchodzącą się przy powierzchni ziemi. Z falą powierzchniową mamy do czynienia w przypadku anten umieszczonych na niewielkiej wysokości nad ziemią. Znaczne uproszczenie rozwiązywania zagadnienia propagacji fali powierzchniowej można uzyskać przez wprowadzenie przybliżonego warunku brzegowego podanego przez Leontowicza.

### 12.5.1. PRZYBLIŻONY WARUNEK BRZEGOWY LEONTOWICZA

Rozpatrzmy ośrodek, dla którego moduł zespolonej przenikalności elektrycznej jest dużo większy od jedności

$$\sqrt{\varepsilon_r^2 + (60\lambda_0\sigma)^2} \gg 1 \quad (12-33)$$

Gdy jest spełniony warunek (12-33), bez względu na to, czy to dzięki dużemu  $\varepsilon_r$ , czy dużemu  $60\lambda_0\sigma$ , to — jak wynika ze wzoru (12-10) —  $n$  jest również dużo większe od jedności, a co za tym idzie, długość fali w ziemi  $\lambda = \lambda_0/n$  jest znacznie mniejsza od długości fali w powietrzu. Zauważmy, że warunek (12-33) jest spełniony dla większości rodzajów gleby spotykanych w praktyce.

Założmy teraz, że wzdłuż przewodzącej powierzchni ziemi rozchodzi się w powietrzu fala o długości  $\lambda_0$ . Aby określić pole w punkcie  $B$  znajdującym się na głębokości  $H$  pod powierzchnią ziemi, możemy skorzystać z zasady Huygensa-Fresnela i zsumować w punkcie  $B$  pola promieniowane przez elementarne źródła wtórne leżące na powierzchni granicznej (rys. 12-8). Jak wiemy, o polu wypadkowym decydują przede wszystkim źródła znajdujące się w granicach pierwszej strefy Fresnela. Gdyby płaszczyzna graniczna była płaszczyzną ekwifazową, wówczas promień pierwszej strefy Fresnela można by określić z warunku

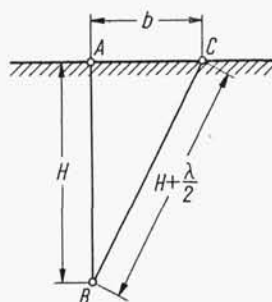
$$\sqrt{H^2 + b^2} - H = \frac{\lambda}{2}$$

skąd

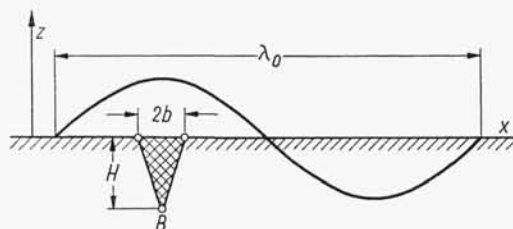
$$b = \sqrt{H\lambda + \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2}$$

Jeśli ponadto głębokość  $H$ , na której określamy pole, jest mała w stosunku do długości fali, to  $b \approx \lambda/2$ . Rozmiary pierwszej strefy Fresnela są więc rzędu długości fali w ziemi, są więc małe w porównaniu z długością fali w powietrzu.

Zwróćmy uwagę na rys. 12-9, na którym pokazano falę rozchodzącą się w powietrzu wzdłuż powierzchni ziemi w kierunku osi  $x$ . Z przeprowadzonego poprzednio



Rys. 12-8. Rysunek wyjaśniający określenie pola w punkcie B pod powierzchnią ziemi



Rys. 12-9. Rysunek wyjaśniający przybliżony warunek graniczny Leontowicza

rozumowania wynika, że odcinek  $2b$  jest znacznie krótszy od długości fali w powietrzu, co pozwala uważać pole w powietrzu na tym odcinku za współfazowe; wobec tego pole w punkcie  $B$  (na małej głębokości) jest wynikiem działania źródeł wtórnych usytuowanych na niewielkiej powierzchni, w granicach której można uważać je za współfazowe. Współfazowo pobudzona powierzchnia jest źródłem fali płaskiej rozchodzącej się w głąb ziemi prostopadle do powierzchni granicznej. Pole magnetyczne fali płaskiej rozchodzącej się w ośrodku półprzewodzącym jest związane z polem elektrycznym zależnością

$$H_{2y} = -\frac{\sqrt{\epsilon_r'}}{\zeta_0} E_{2x} \quad (12-34)$$

Na powierzchni granicznej ( $z = 0$ ) musi być zachowana ciągłość składowych stycznych pola elektrycznego i magnetycznego:

$$\left. \begin{aligned} H_{2y} &= H_{1y} \\ E_{2x} &= E_{1x} \end{aligned} \right\} \quad (12-35)$$

Podstawiając zależności (12-35) do wyrażenia (12-34) otrzymujemy (przy  $z = 0$ )

$$H_{1y} = -\frac{\sqrt{\epsilon_r'}}{\zeta_0} E_{1x} \quad (12-36)$$

Jest to *przybliżony warunek brzegowy Leontowicza*, którego istota polega na określeniu zależności między poziomymi składowymi pola elektrycznego i pola magnetycznego w powietrzu przez parametry ziemi.

Warunek brzegowy (12-36) możemy przedstawić jeszcze w innej postaci. Różniczkując obie strony zależności (12-36) względem  $x$ , otrzymujemy

$$\frac{\partial H_{1y}}{\partial x} = -\frac{\sqrt{\epsilon_r'}}{\zeta_0} \frac{\partial E_{1x}}{\partial x} \quad (12-37)$$

Z równania  $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$  wynika, że

$$\frac{\partial E_{1x}}{\partial x} = -\frac{\partial E_{1z}}{\partial z} \quad (12-38)$$

a z równania  $\nabla \times \mathbf{H}_1 = j\omega\epsilon_0\mathbf{E}_1$

$$\frac{\partial H_{1y}}{\partial x} = j\omega\epsilon_0 E_{1z} \quad (12-39)$$

Podstawiając równania (12-38) i (12-39) do zależności (12-37) otrzymujemy nową postać przybliżonego warunku brzegowego

$$\frac{\partial E_{1z}}{\partial z} = \frac{jk_0}{\sqrt{\epsilon_r'}} E_{1z} \quad (12-40)$$

### 12.5.2. STRUKTURA POLA ELEKTROMAGNETYCZNEGO PRZY POWIERZCHNI ZIEMI

Rozpatrzmy pole wytwarzane przez źródło położone w pobliżu płaskiej powierzchni ziemi. W dostatecznie dużej odległości od źródła możemy traktować rozchodzącą się falę jako falę płaską. Uważając za znaną składową pionową pola elektrycznego w powietrzu  $E_{1z}$  (rys. 12-10) postaramy się określić pozostałe składowe pola elektromagnetycznego w obydwu ośrodkach.

Dokładne rozwiązanie tego zadania jest związane z pewnymi trudnościami, będziemy więc poszukiwali rozwiązania przybliżonego korzystając z warunku brzegowego Leontowicza. Zadanie nasze będzie polegało zatem na znalezieniu rozwiązania równań Maxwella w powietrzu spełniającego warunek (12-36).

Rozwiązanie równań Maxwella w postaci fali płaskiej rozchodzącej się wzdłuż osi  $x$  możemy zapisać w następujący sposób:

$$E_{1z} = E_m e^{-jk_0 x} \quad (12-41a)$$

$$H_{1y} = -\frac{1}{\zeta_0} E_{1z} = -\frac{E_m}{\zeta_0} e^{-jk_0 x} \quad (12-41b)$$

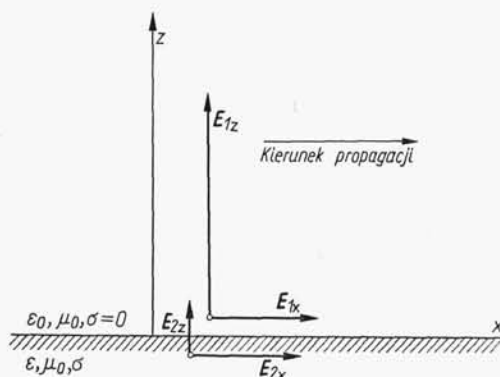
Z zależności (12-36) wynika, że składowa pozioma pola elektrycznego musi być równa

$$E_{1x} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r'}} E_{1z} \quad (12-42)$$

Z ciągłości składowych stycznych pola na powierzchni granicznej wynika ponadto, że:

$$H_{2y} = H_{1y} \quad (12-43a)$$

$$E_{2x} = E_{1x} \quad (12-43b)$$



Rys. 12-10. Wyjaśnienie struktury pola przy powierzchni ziemi

Natomiast z warunku ciągłości składowych normalnych wektora  $\mathbf{D}$  otrzymujemy

$$E_{1z} = \epsilon_r' E_{2z}$$

albo

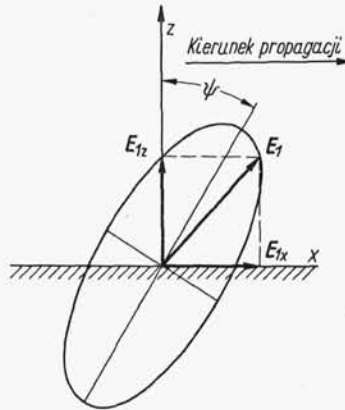
$$E_{2z} = \frac{E_{1z}}{\epsilon_r'} \quad (12-44)$$

W ten sposób rozwiązaliśmy postawione zadanie. Zauważmy, że amplituda składowej poziomej pola elektrycznego w powietrzu maleje ze wzrostem konduktywności gleby i długości fali. Gdy fala rozchodzi się nad doskonale przewodzącą ziemią, składowa pozioma pola elektrycznego znika. Przy normalnie spotykanych wartościach konduktywności ziemi składowa pozioma pola elektrycznego w powietrzu jest, w zakresie fal długich i średnich, wielokrotnie mniejsza od składowej pionowej. Zauważmy dalej, że wskutek zespolonego charakteru przenikalności elektrycznej ziemi składowa pozioma i składowa pionowa nie są współfazowe; pole wypadkowe jest więc spolaryzowane eliptycznie (rys. 12-11). Przy najczęściej spotykanych parametrach gleby elipsa polaryzacji jest bardzo wydłużona, nie popełnimy więc dużego błędu, jeżeli dla celów praktycznych przyjmujemy, iż pole elektryczne jest spolaryzowane liniowo w kierunku dużej osi elipsy. Mówimy wówczas o nachyleniu czoła

fali, przy czym kąt nachylenia mierzony od normalnej do płaszczyzny granicznej wyraża się w przybliżeniu wzorem

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{|E_{1x}|}{|E_{1z}|} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r^2 + (60 \lambda_0 \sigma)^2}} \quad (12-45)$$

Ze wzorów (12-44) i (12-42) wynika, że podczas gdy w powietrzu składowa pionowa pola elektrycznego jest  $\sqrt{|\epsilon_r'|}$  razy większa od składowej poziomej, to w ziemi tyleż razy składowa pozioma jest większa od składowej pionowej.



Rys. 12-11. Elipsa polaryzacji fali powierzchniowej

Dla ilustracji przeprowadzonego rozumowania rozpatrzmy następujący przykład.

Nad ziemią o parametrach  $\epsilon_r = 10$ ,  $\sigma = 0,01$  S/m rozchodzi się fala radiowa o częstotliwości 1 MHz. Znając składową pionową pola elektrycznego tej fali w powietrzu  $E_m$ , należy określić pozostałe składowe pola elektrycznego.

Obliczymy najpierw pierwiastek kwadratowy z zespolonej przenikalności elektrycznej ziemi

$$\sqrt{\epsilon_r'} = \sqrt{|\epsilon_r'|} e^{-j\frac{\alpha}{2}} = 13,4 e^{-j43,4^\circ}$$

Składową poziomą pola elektrycznego w powietrzu i w ziemi znajdujemy ze wzorów (12-38) i (12-39a), natomiast składową pionową pola elektrycznego w ziemi ze wzoru (12-40):

$$E_{2x} = E_{1x} = \frac{E_m}{\sqrt{|\epsilon_r'|}} e^{j\frac{\alpha}{2}} = 7,45 \cdot 10^{-2} e^{j43,4^\circ} E_m$$

$$E_{2z} = \frac{E_m}{|\epsilon_r'|} e^{j\alpha} = 5,55 \cdot 10^{-3} e^{j86,8^\circ} E_m$$

Określimy teraz parametry elipsy polaryzacji. Wartości chwilowe składowej pionowej i poziomej pola elektrycznego w powietrzu możemy zapisać w postaci

$$E_{1z} = E_m \cos \omega t$$

$$E_{1x} = \frac{E_m}{\sqrt{|\epsilon_r'|}} \cos \left( \omega t + \frac{\alpha}{2} \right) = 7,45 \cdot 10^{-2} E_m \cos(\omega t + 43,4^\circ)$$

Rugując w powyższych wyrażeniach czas  $t$  znajdziemy równanie elipsy polaryzacji

$$\frac{1}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}} \left( \frac{E_{1z}}{E_m} \right)^2 + \frac{|\varepsilon_r'|}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}} \left( \frac{E_{1x}}{E_m} \right)^2 - \frac{2\sqrt{|\varepsilon_r'|} \cos \frac{\alpha}{2}}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}} \frac{E_{1x} E_{1z}}{E_m^2} = 1$$

z którego możemy wyznaczyć kąt nachylenia elipsy

$$\operatorname{tg} 2\Psi = \frac{2 \cos \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{|\varepsilon_r'|}} \quad (12-46)$$

oraz dużą  $M$  i małą  $N$  półoś:

$$M = \left( 1 + 2 \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{|\varepsilon_r'|} \right) E_m$$

$$N = \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{|\varepsilon_r'|}} E_m$$

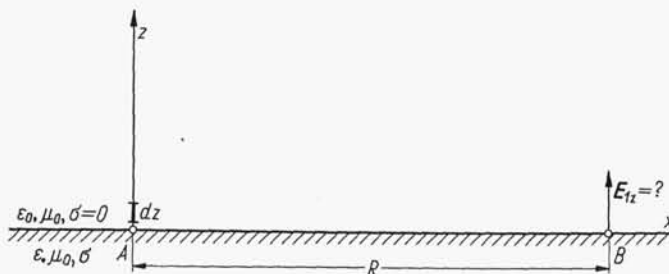
W naszym przykładzie  $\Psi = 3,1^\circ$ ;  $M = 1,009 E_m$ ;  $N = 5,12 \cdot 10^{-2} E_m$ .

Na podstawie pomiaru parametrów elipsy polaryzacji można wyznaczyć zastępczą konduktywność i przenikalność elektryczną gruntu [50, 66].

### 12.5.3. POLE ELEMENTARNEGO DIPOLA ELEKTRYCZNEGO UMIESZCZONEGO PIONOWO TUŻ PRZY POWIERZCHNI ZIEMI

W poprzednim rozdziale poznaliśmy strukturę pola elektromagnetycznego przy powierzchni ziemi o skończonej konduktywności. Zajmiemy się teraz określeniem bezwzględnych wartości natężenia pola.

Niech będzie dany elementarny dipol elektryczny o długości  $dz$  umieszczony pionowo tuż przy powierzchni ziemi o parametrach  $\varepsilon$ ,  $\sigma$ ,  $\mu_0$  (rys. 12-12). Rozpatrzmy



Rys. 12-12. Elementarny dipol elektryczny nad płaską powierzchnią ziemi

obszar  $V$  ograniczony powierzchnią  $S$  utworzoną przez płaszczyznę ziemi  $S_0$  oraz półkulę o nieskończenie dużym promieniu  $S_\infty$ . Pole w dowolnym punkcie wewnątrz obszaru  $V$  wyraża się zależnością [11]

$$E = \frac{1}{j4\pi\omega\varepsilon} \int_V [(J \cdot \nabla') \nabla' + k^2 J] \Psi dv + \frac{1}{4\pi} \int_S \left( \frac{\partial E}{\partial n} \Psi - E \frac{\partial \Psi}{\partial n} \right) dS \quad (12-47)$$

Ponieważ pole dipola spełnia warunki wypromieniowania, więc całka po powierzchni półkuli  $S_\infty$  jest równa zero. Jako funkcję  $\Psi$  przyjmiemy

$$\Psi = \frac{e^{-jk_0 r_1}}{r_1} + \frac{e^{-jk_0 r_2}}{r_2} \quad (12-48)$$

przy czym  $r_1$  i  $r_2$  są odległościami od punktu obserwacji i jego lustrzanego odbicia w płaszczyźnie  $S_0$  do dowolnego punktu wewnątrz obszaru  $V$ . Zauważmy, że na płaszczyźnie  $S_0$  znika normalna pochodna funkcji  $\Psi$ . Składową  $z$  pola elektrycznego na powierzchni ziemi możemy więc przedstawić w następujący sposób:

$$E_{1z} = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \int_V [(J \cdot \nabla') \nabla'_z + k^2 J_z] \Psi dv + \frac{1}{4\pi} \int_{S_0} \Psi \frac{\partial E_{1z}}{\partial n} dS \quad (12-49)$$

Ograniczając nasze rozważania do przypadku  $|\epsilon'_r| \gg 1$  możemy skorzystać z przybliżonego warunku granicznego (12-40). Ponieważ w naszym przypadku  $\partial/\partial n = -\partial/\partial z$ , więc

$$E_{1z} = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \int_V [(J \cdot \nabla') \nabla'_z + k^2 J_z] \Psi dv - \frac{jk_0}{2\pi \sqrt{\epsilon'_r}} \int_{S_0} E_{1z} \frac{e^{-jk_0 r}}{r} dS \quad (12-50)$$

przy czym  $r$  jest odległością od punktu obserwacji na powierzchni ziemi do bieżącego punktu całkowania.

Wyjaśnimy sens fizyczny wyrażenia (12-50). Załóżmy, że ziemia jest doskonałym przewodnikiem ( $\epsilon'_r = -j\infty$ ); wówczas znika całka powierzchniowa po prawej stronie zależności (12-50), a całka objętościowa przedstawia pole dipola nad idealną ziemią. Zgodnie z zasadą odbić lustrzanych mamy więc

$$\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \int_V [(J \cdot \nabla') \nabla'_z + k^2 J_z] \Psi dv = \frac{j120\pi I_m dz}{\lambda_0} \frac{e^{-jk_0 R}}{R} \quad (12-51)$$

przy czym:

$I_m$  — prąd w dipolu;

$R$  — odległość od dipola do punktu obserwacji.

Całka powierzchniowa w wyrażeniu (12-50) ujmuje zatem wpływ skończonej konduktywności z ziemi.

Korzystając z pojęcia współczynnika osłabienia możemy zapisać pole dipola nad ziemią rzeczywistą w następującej postaci:

$$E_{1z} = \frac{j120\pi I_m dz}{\lambda_0} \frac{e^{-jk_0 R}}{R} W(R, \epsilon, \sigma, \omega) \quad (12-52)$$

Współczynnik osłabienia  $W(R, \epsilon, \sigma, \omega)$ , będący funkcją odległości, częstotliwości oraz parametrów elektrycznych ziemi, określa stopień zmniejszenia natężenia pola wskutek skończonej konduktywności ziemi. Podstawiając zależności (12-51) i (12-52) do wzoru (12-50) otrzymujemy po uporządkowaniu

$$W = 1 - \frac{jk_0 R}{2\pi \sqrt{\epsilon'_r}} e^{jk_0 R} \int_{S_0} W \frac{e^{-jk_0(r+R')}}{rR'} dS \quad (12-53)$$

przy czym  $R' = R - r$ .

Jest to równanie całkowe dla współczynnika osłabienia, którego rozwiązanie można przedstawić w postaci

$$W = 1 - \sqrt{\pi \varrho} e^{-\varrho} [j + \operatorname{erf}(\sqrt{\varrho})] \quad (12-54)$$

przy czym:

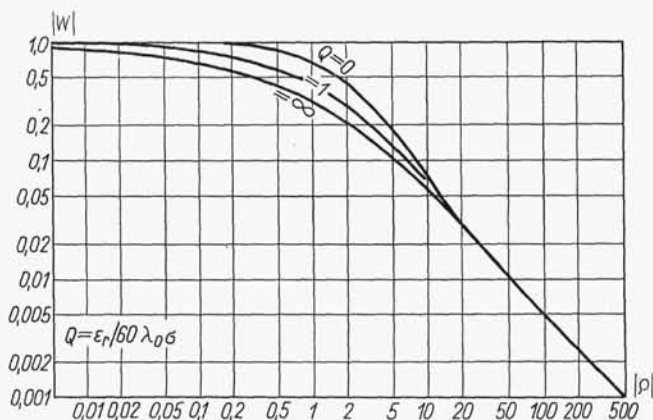
$$\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \text{ — całka prawdopodobieństwa}$$

$\varrho$  — odległość numeryczna zależna od odległości punktu obserwacji od dipola i od parametrów ziemi

$$\varrho = SR \quad (12-55)$$

gdzie

$$S = \frac{-jk_0}{2\varepsilon'_r} = \frac{\pi}{60\lambda_0^2\sigma} \frac{1}{1 + j \frac{\varepsilon_r}{60\lambda_0\sigma}} \quad (12-56)$$



Rys. 12-13. Zależność modułu współczynnika osłabienia  $|W|$  od odległości numerycznej  $|\varrho|$

W ogólnym przypadku *odległość numeryczna* jest wielkością zespoloną; jednak dla dobrze przewodzących gruntów i dostatecznie długich fal mamy  $\varepsilon_r \ll 60\lambda_0\sigma$ , tak że odległość numeryczna staje się wielkością rzeczywistą

$$\varrho \approx \frac{R}{60\lambda_0^2\sigma} \quad (12-57)$$

Zależność współczynnika osłabienia od odległości numerycznej przedstawiono na rys. 12-13. W większości obliczeń praktycznych, gdy jest spełniona nierówność  $\varepsilon_r \ll 60\lambda_0\sigma$ , współczynnik osłabienia można aproksymować następującą zależnością:

$$|W| = \frac{2 + 0,3\varrho}{2 + \varrho + 0,6\varrho^2} \quad (12-58)$$



Z zależności (12-58) wynika, że dla dużych odległości od źródła współczynnik osłabienia jest odwrotnie proporcjonalny do  $R$ ; pole dipola nad ziemią rzeczywistą maleje więc jak  $1/R^2$ .

Wprowadzony w tym rozdziale współczynnik osłabienia można stosować do obliczania pola wytwarzanego przez pionową antenę o dowolnej długości. Będzie on zawsze określał stopień zmniejszenia natężenia pola na powierzchni ziemi rzeczywistej w stosunku do natężenia pola na powierzchni ziemi doskonale przewodzącej. Wzór (12-52) został wyprowadzony niezależnie przez Szulejkina i van der Pola i dlatego nosi nazwę wzoru *Szulejkina-van der Pola*.

#### 12.5.4. PROPAGACJA FALI POWIERZCHNIOWEJ NAD TERENEM NIEJEDNORODNYM

Rozpatrzony przez nas dotychczas przypadek rozchodzenia się fali powierzchniowej nad jednorodną ziemią, w realnych warunkach zdarza się rzadko. Najczęściej fala przebywając drogę od anteny nadawczej do anteny odbiorczej rozchodzi się nad glebami o różnych parametrach elektrycznych. Analiza matematyczna zagadnienia propagacji fali powierzchniowej nad terenem niejednorodnym jest skomplikowana; praktycznie biorąc możliwa staje się tylko przy pewnych założeniach upraszczających.

Ograniczymy nasze zainteresowania do przypadku trasy składającej się z dwóch wyraźnie rozgraniczonych odcinków, przy czym w granicach każdego z nich ziemię będziemy uważali za jednorodną (rys. 12-14). Niech odcinek trasy przylegający do anteny nadawczej ma długość  $R_1$  i charakteryzuje się parametrem  $S_1 = -jk_0/2\epsilon'_{r1}$ , a odcinek przylegający do anteny odbiorczej ma długość  $R_2$  i charakteryzuje się parametrem  $S_2 = -jk_0/2\epsilon'_{r2}$ . Ponadto niech dla obu odcinków będą spełnione warunki:

$$\left. \begin{aligned} |S_1 R_1| &\gg 1 \\ |S_2 R_2| &\gg 1 \end{aligned} \right\} \quad (12-59)$$

tzn. że odległości numeryczne obu odcinków są duże.

Według Fejnberga [15] współczynnik osłabienia dla omawianej trasy

$$W \approx \frac{1}{2\sqrt{S_1 S_2} R} \quad (12-60)$$

przy czym  $R = R_1 + R_2$  jest odległością między anteną nadawczą a anteną odbiorczą.

Z wyrażenia (12-60) wynika, że trasa niejednorodna może być traktowana jako trasa jednorodna o parametrze  $S$  równym średniej geometrycznej parametrów  $S_1$  i  $S_2$  obu odcinków. Trzeba jednak zauważyć, że rozkład pola wzdłuż trasy niejednorodnej nie jest taki sam jak wzdłuż trasy jednorodnej. Załóżmy, że odcinek trasy przyległy do nadajnika ma mniejszą konduktywność niż odcinek przyległy do odbiornika, tj.  $|S_1| > |S_2|$ . Tak więc natężenie pola w granicach odcinka trasy przyległego do nadajnika w dostatecznie dużych od niego odległościach będzie się

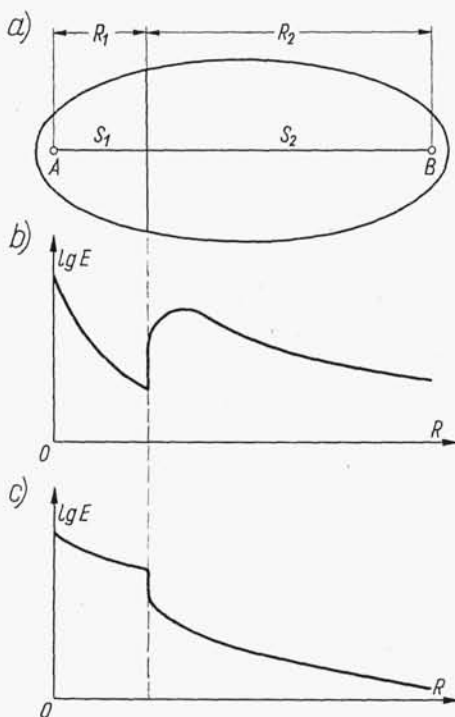
zmieniać (w porównaniu z polem w swobodnej przestrzeni) zgodnie ze współczynnikiem osłabienia

$$W_1 \approx \frac{1}{2S_1 R}$$

Przy przejściu na drugi odcinek trasy natężenie pola będzie zmieniało się stosownie do wzoru (12-60). Ponieważ jednak

$$\left| \frac{1}{S_1} \right| < \left| \frac{1}{\sqrt{S_1 S_2}} \right|$$

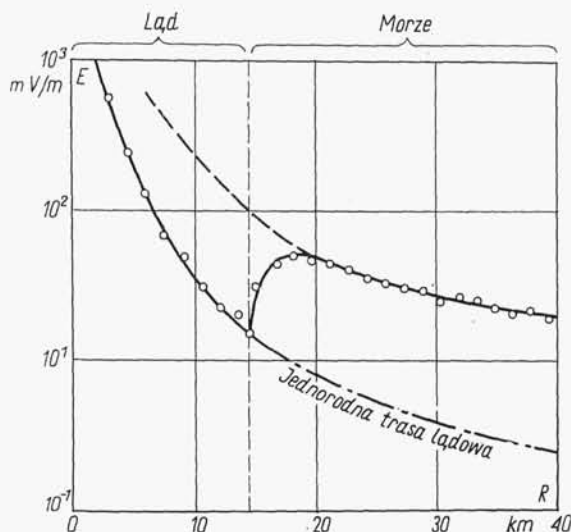
więc przy przejściu na drugi odcinek trasy natężenie pola dozna skoku w górę (rys. 12-14b).



Rys. 12-14. Rozchodzenie się fali powierzchniowej nad terenem niejednorodnym: a) szkic trasy składającej się z dwóch jednorodnych odcinków; b) rozkład natężenia pola wzdłuż trasy dla przypadku  $|S_1| > |S_2|$ ; c) rozkład natężenia pola wzdłuż trasy dla przypadku  $|S_1| < |S_2|$

Podobnie, gdy odcinek trasy przylegający do nadajnika charakteryzuje się większą konduktywnością niż odcinek przyległy do odbiornika, na granicy obu odcinków natężenie pola doznaje skoku w dół (rys. 12-14c).

Występowanie skoku natężenia pola przy przechodzeniu przez granicę między odcinkami o różnych parametrach elektrycznych zostało potwierdzone doświadczalnie [64]. Zjawisko to występuje szczególnie silnie przy przejściu z lądu na morze (rys. 12-15).



Rys. 12-15. Porównanie danych eksperymentalnych z przebiegiem teoretycznym przy rozchodzeniu się fali powierzchniowej na trasie lądowo-morskiej ( $\lambda = 249$  m;  $P_N = 50$  kW)

#### 12.5.5. REFRAKCJA BRZEGOWA

W pewnych przypadkach przy przechodzeniu fal radiowych przez linię brzegową z morza na ląd lub odwrotnie obserwuje się zmianę kierunku propagacji fal. Zjawisko to nazywamy *refrakcją brzegową*; jest ono przyczyną błędów systematycznych w pracy urządzeń radionawigacyjnych zainstalowanych w pobliżu brzegu morza.

Zjawisko refrakcji brzegowej jest związane ze zmianami fazy pola spowodowanymi skończoną konduktywnością ośrodka, nad którym rozchodzi się fala. Zmiany te określa argument współczynnika osłabienia.

Określimy kąt refrakcji brzegowej dla przypadku, gdy nadajnik znajduje się na morzu. Założymy przy tym, że konduktywność wody morskiej jest nieskończenie wielka, tzn. że  $S_1 = 0$  oraz że odcinek lądowy jest krótki  $R_2 \ll R$  (rys. 12-16). Przy tych założeniach współczynnik osłabienia według Fejnberga [15] wyraża się wzorem

$$W \approx 1 - \frac{2j}{\sqrt{\pi}} \sqrt{S_2 R_2} \quad (12-61)$$

a jego argument

$$\varphi \approx \operatorname{Im} \left( \frac{2j}{\sqrt{\pi}} \sqrt{S_2 R_2} \right) \quad (12-62)$$

Przy braku refrakcji brzegowej powierzchnie ekwifazowe są określone równaniem

$$\Psi_0 = k_0 x = \text{const} \quad (12-63)$$

natomiast równanie powierzchni ekwifazowych z uwzględnieniem refrakcji brzegowej przyjmuje postać

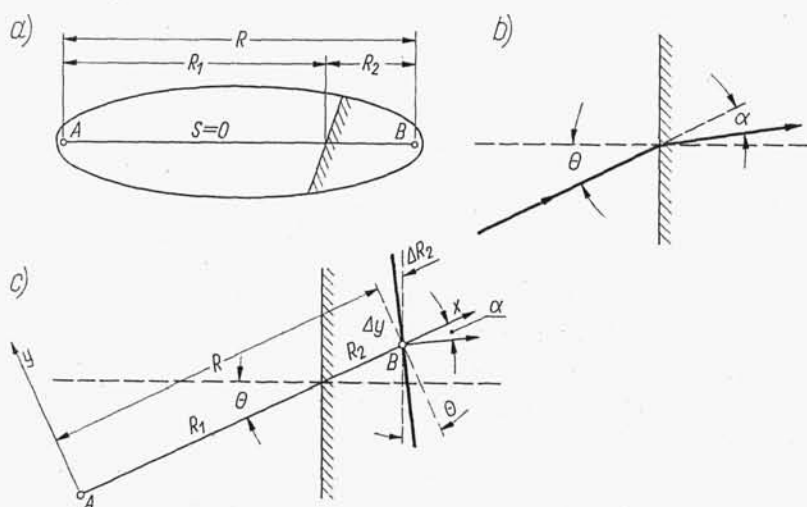
$$\Psi = \Psi_0 + \varphi = \text{const} \quad (12-64)$$

Kąt  $\alpha$  między normalnymi do powierzchni określonych wzorami (12-63) i (12-64) jest *kątem refrakcji*. Łatwo sprawdzić, że kąt  $\alpha$  jest określony zależnością

$$\sin \alpha = \frac{\frac{\partial \varphi}{\partial y}}{|\nabla \Psi|} \quad (12-65)$$

Ponieważ zaburzenie wprowadzane przez odcinek lądowy jest niewielkie, możemy przyjąć  $|\nabla \Psi| \approx |\nabla \Psi_0| = k_0$  oraz zastąpić sinus jego argumentem; wówczas

$$\alpha \approx \frac{1}{k_0} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad (12-66)$$



Rys. 12-16. Refrakcja brzegowa przy przechodzeniu fali radiowej z morza na ląd: a) schemat trasy; b) kąt refrakcji; c) zależności geometryczne

Argument współczynnika osłabienia zależy tylko od długości odcinka lądowego, więc

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial \varphi}{\partial R_2} \frac{\partial R_2}{\partial y} \quad (12-67)$$

Z rysunku (12-16c) wynika, że

$$\frac{\partial R_2}{\partial y} \approx \frac{\Delta R_2}{\Delta y} = \operatorname{tg} \theta \quad (12-68)$$

przy czym  $\theta$  — kąt padania fali na linię brzegową.

Korzystając z zależności (12-62) oraz (12-66) do (12-68) znajdujemy ostatecznie

$$\alpha = \frac{\operatorname{tg} \theta}{k_0 \sqrt{\pi R_2}} \operatorname{Im}(j\sqrt{S_2}) \quad (12-69)$$

W szczególności, jeśli  $\varepsilon_{r2} \ll 60\lambda_0\sigma_2$ , wyrażenie na kąt refrakcji brzegowej przyjmuje prostą postać

$$\alpha = \frac{\operatorname{tg} \Theta}{2\pi \sqrt{60\sigma R_2}} \quad (12-70)$$

Dla przykładu obliczymy błąd pomiaru kierunku przychodzenia fali padającej na linię brzegową pod kątem  $30^\circ$  w przypadku, gdy radionamiernik znajduje się w odległości 150 m od brzegu morza, a konduktywność ziemi wynosi 0,001 S/m. Wstawiając odpowiednie wartości do wzoru (12-70) otrzymujemy

$$\alpha = \frac{\operatorname{tg} 30^\circ}{2\pi \sqrt{60 \cdot 0,001 \cdot 150}} = 0,0306 \text{ rad} = 1,75^\circ$$

Ze wzoru (12-70) wynika, że kąt refrakcji maleje ze wzrostem odległości anteny odbiorczej od brzegu morza oraz ze zmniejszeniem kąta padania. Wartość kąta refrakcji na ogół nie przekracza kilku stopni.

## 12.6. ROZCHODZENIE SIĘ FALI PRZYZIEMNEJ NAD KULISTĄ POWIERZCHNIĄ JEDNORODNEJ ZIEMI

W dotychczasowych rozważaniach nie uwzględnialiśmy krzywizny ziemi i dlatego wzory Wwiedenskiego (12-32) i Szulejkina-van der Pola (12-52) mogą być stosowane tylko przy niezbyt dużych odległościach między antenami.

Uwzględnienie kulistości ziemi w przypadku anten podniesionych jest proste, gdy anteny znajdują się w *obszarze bezpośredniej widoczności*. Wzór Wwiedenskiego możemy stosować w tym obszarze, jeżeli w miejsce rzeczywistych wysokości zawieszenia anten wprowadzimy *wysokości sprowadzone*  $H'_1$  i  $H'_2$ , odniesione do płaszczyzny stycznej do powierzchni ziemi w punkcie, w którym następuje odbicie fali (rys. 12-17).

Z prostych zależności geometrycznych łatwo wyznaczyć granicę bezpośredniej widoczności anten

$$R_0 = \sqrt{2a} (\sqrt{H_1} + \sqrt{H_2}) \quad (12-71)$$

przy czym  $a$  — promień kuli ziemskiej.

Gdy odległość między antenami jest równa długości strefy bezpośredniej widoczności, wysokości sprowadzone stają się równe zeru i według wzoru Wwiedenskiego pole w miejscu odbioru znika. Rezultat ten jest sprzeczny z doświadczeniem, które wykazuje, że pole istnieje nie tylko na granicy strefy widoczności, lecz i znacznie dalej. W praktyce przyjmuje się, że wzór Wwiedenskiego można stosować dla odległości mniejszych od  $0,7R_0$ . Obszar stosowalności wzoru Wwiedenskiego nazywamy *obszarem interferencyjnym*. W tym obszarze pole w miejscu odbioru można uważać za wynik interferencji fali bezpośredniej i fali odbitej od powierzchni ziemi. Zwiększając odległość między antenami przechodzimy z obszaru interferencyjnego do *obszaru*